

## 《非球面加工与检测技术》专题文章导读

张学军

中国科学院长春光学精密机械与物理研究所

非球面光学元件与球面光学元件相比具有诸多优点,例如:在不增加独立像差个数的前提下,增加了自变量个数,从而增加了像差校正的自由度。这一特点在实际工程应用中的意义在于:合理采用非球面的光学系统在体积、重量方面远小于球面系统,而成像质量却优于后者。以空间相机为例,采用全反射非球面光学结构,系统在保证高成像质量的同时,体积、重量、可靠性、发射成本等方面均优于球面系统。正因如此,非球面在航空、航天、国防以及高科技民用领域得到了广泛的应用。

非球面的加工难度远大于球面,传统的手工加工技术在精度、效率等方面难以满足日益增长各类非球面元件的需求。因此,国内外相关机构都非常重视非球面的制造技术,从 80 年代至今涌现出一批先进的非球面加工技术,如数控小磨头非球面加工技术(CCOS)、应力盘抛光技术(Stressed Lap Polishing)、离子束抛光技术(Ion Polishing)、磁流变抛光技术(MRF)等等。

高精度非球面加工离不开高精度的检测技术,非球面的检测难度同样远大于球面。伴随着非球面加工技术的发展,近年来在原有的非球面零位检验基础上,相继出现了一些新的检测技术,如:计算全息检测技术(CGH)、子孔径拼接干涉法(SSD)、数字莫尔条纹法(DMD)等等,这些技术为高精度非球面制造提供了有力的保障。

本专栏的 4 篇文章都是关于非球面加工与检测技术的,它们各具特色。

《环形子孔径拼接干涉检验非球面的数学模型和仿真》一文介绍了环形子孔径拼接用于非球面检测这一新技术的基本原理,给出了具体的数学模型并进行了计算机仿真,结果表明该技术在无需补偿器或 CGH 的情况下可以完成中等精度非球面的低成本检测,对于探索该类非球面检测新方法有一定的参考意义。

《大口径高次、离轴非球面干涉测量中投影畸变的标定方法》针对高陡度非球面干涉检测当中干涉仪 CCD 坐标与实际镜面坐标存在投影畸变而影响加工设备定位精度这一实际总是,分析了投影畸变产生的机理,建立了投影畸变矫正的数学模型,并结合 Zygo 干涉仪的 Fiducial 功能给出了实际工作中的矫正方法,该方法在非球面加工当中得到了很好的应用。

《 $\phi 124\text{mm}$  口径碳化硅质非球面数控研抛技术研究》探讨了一种新型轮式研抛技术在小口径 SiC 非球面反射镜加工中的应用,给出了该方法的数学模型。通过大量工艺实验确定了 SiC 非球面反射镜研抛工艺规范,结合  $\phi 124\text{mm}$  SiC 非球面镜的加工结果,讨论了该方法的实用性。

《超精密非球面镜面模具直轴磨削的研究》从非球面模具超精密加工机理入手,深入研究了直轴磨削技术,并给出了加工系统的基本原理及工艺流程,通过加工实例进一步验证了该方法在非球面镜面模具超精密加工中应用的可行性。

上述 4 篇文章从不同角度探讨了不同类型非球面加工、检测方面的新技术、新方法,为该领域注入了一些新思想。希望这些文章能对从事相关技术研究的读者有所帮助。

文章编号 1004-924X(2006)04-0001-04

## 环形子孔径拼接干涉检测非球面的 数学模型和仿真研究

王孝坤,张学军,王丽辉,郑立功

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033; 2. 中国科学院 研究生院,北京 100039)

摘要:利用环形子孔径拼接干涉技术可以不需要补偿器、CGH 等辅助元件就能够高分辨、低成本、高效地实现大口径、

收稿日期:2003-04-22;修订日期:2003-11-18.

基金项目:国家杰出青年基金资助项目(No. 69925512)。

大相对孔径非球面的检测。介绍了该技术的基本原理,并基于最小二乘法 and Zernike 多项式拟合建立了合理的数学模型,同时对其进行了计算机模拟实验。拼接前后全孔径相位分布残差的 PV 值和 RMS 值分别为 0.0079 和 0.0027。说明该拼接模型和算法是准确可行的,从而提供了除零位补偿外又一种定量测试非球面尤其是大口径非球面的途径。

关键词:环形子孔径拼接;非球面检验;干涉术;Zernike 多项式拟合;计算机模拟

中图分类号:TQ171.65;O436.1 文献标识码:A

## Mathematical model and simulation for testing aspheric surface by annular subaperture stitching interferometry

WANG Xiao-kun, ZHANG Xue-jun, WANG Li-hui, ZHENG Li-gong

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** Annular subaperture stitching interferometry can test large-aperture, large relative aperture aspheric surfaces at high resolution, low cost and high efficiency without assistant parts. The basic principle of the stitching method was introduced, and the reasonable mathematical model and effective splicing algorithm were established based on least squares method and Zernike polynomial fitting. Meanwhile the computer simulation experiment was carried on, the PV and RMS of the full aperture phase distribution residual error are 0.0079 and 0.0027, respectively. The results show that this splicing model and algorithm are accurate and feasible, and it can provide another quantitative measurement for testing aspheric surfaces besides null compensation, especially for large aperture asphere.

**Key words:** annular subaperture stitching; aspheric surface testing; interferometry; Zernike polynomial fitting; computer simulation

### 1 引言

在光学系统中使用非球面元件能够在不增加独立像差数的前提下,增加自变量个数,有利于改善像质;同时在同等级约束条件下,减少了光学元件数量,从而减小了光学系统的尺寸和重量。因此,非球面元件正越来越多地被用于空间光学、军事国防、高科技民用等领域。但是,由于非球面各点曲率半径不同,所以其加工和检测要比平面、球面等面形的光学零件困难得多,尤其对于大相对孔径、大偏离量的非球面,都需要专门设计和定做的补偿器或借助全息图等辅助元件,通过零位补偿才能实现对其检验,这不仅延长了工期、提高了成本,而且其精度也很难保证。

本文使用环形子孔径拼接技术,拓展了干涉仪测试非球面的动态范围,使干涉仪测量非球面

的口径和相对孔径都有了很大的增加,且不需零位补偿就能够实现对大口径非球面的检测。

### 2 基本原理

环形子孔径拼接干涉的实验装置如图 1 所示。首先调整干涉仪,使干涉仪出射的参考球面波前的曲率中心与被测非球面的顶点曲率中心重合。此时得到的干涉图中心部分的条纹较稀,很容易分辨,但干涉图边缘部分的条纹比较密集,不好分辨,记录下中心区域的位相信息。通过沿光轴方向移动干涉仪或被检非球面,改变它们之间的距离,使被测元件相对于参考波前的斜率差减小到干涉仪允许的测量范围内,产生不同曲率半径的参考球面波前来匹配被测非球面不同的环带区域(称之为环形子孔径),用干涉方法分别测量各个环形子孔径区域,并使得各个子孔径间有一

定的重叠。利用综合优化全局拼接的方式求得各个子孔径相对基准子孔径的相对调整误差(平移、倾斜、离焦等误差),从测量的相位数据中消除相对装校误差,从而把所有的子孔径测量数据统一到相同的基准上,然后再从有相同参考的子孔径中采集多个离散的相位数据,并将其进行全孔径 Zernike 多项式拟合,就能够得到整个面形的相位分布信息。

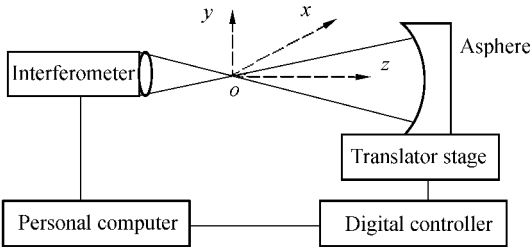


图 1 环行子孔径拼接检测非球面的设备示意图

Fig. 1 Schematic of setup with annular subaperture

### 3 数学模型的建立和数据处理

#### 3.1 两个环形子孔径的拼接

假定系统高阶误差可以忽略,建立如图 1 所示的坐标系,则第  $i$  个子孔径波前误差的相位测量值可以表示为下式:

$$w_i(x, y) = f_i(x, y) - s(x, y, R_i) + e_i(x, y) + \varepsilon_i(x, y), \quad (1)$$

式中  $f_i(x, y)$  为非球面方程,  $s(x, y, R_i)$  为曲率半径为  $R_i$  的参考球面波前方程,  $e_i(x, y)$  表示待测非球面表面误差,  $\varepsilon_i(x, y)$  为调整误差。通常在装调过程中会引入四项误差:

$$\varepsilon(x, y) = Ax + By + C(x^2 + y^2) + D, \quad (2)$$

分别对应为  $x$  方向倾斜、 $y$  方向倾斜、离焦和平移项。将  $f_i(x, y) - s(x, y, R_i)$  代入式(1)就可以消除每次测量使用不同曲率半径参考球面波前对测

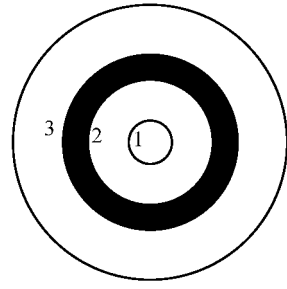


图 2 环形子孔径示意图

Fig. 2 Sketch of annular subaperture

量的影响。因此可得仅具有装调误差和表面误差的子孔径的相位分布函数为下式:

$$w(x, y) = e(x, y) + Ax + By + C(x^2 + y^2) + D, \quad (3)$$

假设小口径干涉仪在大口径光学非球面表面进行的两次检测如图 2 所示,分别为圆 1 与圆 3 之间的区域(设为区间 1)和圆 2 与圆 4 之间的区域(设为区间 2),它们之间有一环形重叠区域为图中阴影部分。由上分析,可将两个子孔径中只含装调和表面加工误差的相位分别表示为:

$$w_1(x, y) = e_1(x, y) + A_1x + B_1y + C_1(x^2 + y^2) + D_1, \quad (4)$$

$$w_2(x, y) = e_2(x, y) + A_2x + B_2y + C_2(x^2 + y^2) + D_2, \quad (5)$$

在重叠区域有  $e_1(x, y) = e_2(x, y)$ , 因此将式(4)、(5)两式相减,并令  $a = A_1 - A_2$ ,  $b = B_1 - B_2$ ,  $c = C_1 - C_2$ ,  $d = D_1 - D_2$ , 则可得:

$$\Delta w = ax + by + c(x^2 + y^2) + d, \quad (6)$$

这即是相邻的两个子孔径间的相对调整误差。对重叠区域的测量数据进行最小二乘拟合:

$$\sum_{i=1}^n [ax + by + c(x^2 + y^2) + d - \Delta w]^2 = \min, \quad (7)$$

可得装调系数的最优解为:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum xx & \sum xy & \sum x(x^2 + y^2) & \sum x \\ \sum yx & \sum yy & \sum y(x^2 + y^2) & \sum y \\ \sum (x^2 + y^2)x & \sum (x^2 + y^2)y & \sum (x^2 + y^2)^2 & \sum (x^2 + y^2) \\ \sum x & \sum y & \sum (x^2 + y^2) & n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum x\Delta w \\ \sum y\Delta w \\ \sum (x^2 + y^2)\Delta w \\ \Delta w \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中  $n$  为在重叠区域内的采样点的个数,由上式计算出  $a$ 、 $b$ 、 $c$  和  $d$  就可以校正两个子孔径检测结果之间的误差,从而实现拼接。

### 3.2 多个子孔径的综合优化拼接

重复以上步骤,多次利用两个子孔径的拼接原理就可以实现多个子孔径的拼接。但是这样往往会造成误差传递和累积,从而降低了整个孔径的检测精度。因此,在子孔径拼接过程中存在综合优化的问题。当拼接区域大于两个时,假设共有  $M$  个子孔径拼接,可以先选定其中任一个子孔径作为基准,为了便于定位和测量,一般选择非球面中心区域的子孔径作为参考标准。假设其它子孔径相对基准子孔径的调整系数分别为  $(a_1, b_1, c_1, d_1)$ 、 $(a_2, b_2, c_2, d_2) \cdots (a_{M-1}, b_{M-1}, c_{M-1}, d_{M-1})$ , 则其它子孔径位相分布与参考子孔径的位相分布关系为:

$$\begin{aligned} w_0 &= w_1 + a_1x + b_1y + c_1(x^2 + y^2) + d_1 \\ &= w_2 + a_2x + b_2y + c_2(x^2 + y^2) + d_2 \\ &\vdots \\ &= w_{M-1} + a_{M-1}x + b_{M-1}y + \\ &\quad c_{M-1}(x^2 + y^2) + d_{M-1} \end{aligned} \quad (9)$$

利用最小二乘法,使得所有重叠区域位相差的平方和值为最小,可得下式

$$\begin{aligned} S = & \sum_{i=1}^n [w_1 + a_1x + b_1y + c_1(x^2 + y^2) + d_1 - w_b]^2 + \\ & \sum_{j=1}^{M-2} \sum_{i=1}^n \{ [w_{j+1} + a_{j+1}x + b_{j+1}y + c_{j+1}(x^2 + y^2) + \\ & \quad + \\ & \quad d_{j+1}] - [w_j + a_jx + b_jy + c_j(x^2 + y^2) + d_j] \}^2 \\ & = \min \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $n$  为每个重叠区域的采样点数,所有重叠区域的数目为  $M-1$ 。利用最小二乘法,对各个系数分别求偏导并令其值为零可得:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_j} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b_j} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial c_j} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial d_j} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中  $1 \leq j \leq M-1$ , 利用式(11)就可以得到各子孔径相对基准子孔径的最佳拼接因子,从而把所有子孔径的位相数据统一到相同的参考面上。

### 3.3 全孔径面形数据的重构

利用全局优化拼接的方法能够很好地实现多个子孔径的拼接,当子孔径覆盖整个非球面时,就可以获得任意点校正过的位相值,但是整个面形分布函数的解析式还是不能很好地表示出来。可以从有相同参考的子孔径中采集多个离散的相位数据,并将其与全孔径 Zernike 多项式进行最小二乘拟合,得下式:

$$\sum_{i=1}^N [\Phi_i(x_i, y_i) - \sum_{j=1}^k a_j u_j(x_i, y_i)]^2 = \min, \quad (12)$$

式中  $\Phi_i(x_i, y_i)$  为从已校正统一过的子孔径中采集的位相数据(仅具有装调误差和表面误差),总的采样点为  $N$ ,  $u_j(x_i, y_i)$  为全口径 Zernike 多项式,  $a_j$  为其系数。由广义逆矩阵理论可以求解得:

$$a = (u^T u)^{-1} u^T \Phi, \quad (13)$$

其前四项分别对应为平移、 $x$  方向倾斜、 $y$  方向倾斜和离焦,可以将其作为整个系统的调整误差。由此将  $\Phi$  减去系差就可得到整个非球面的表面误差分布,从而完成对整个非球面形的检测(为了避免因直接构造法方程组而引入计算误差,一是可以通过 Gram-Schmidt 正交法或协方差矩阵法对基底函数进行正交变换来改善方程组的状态,二是可以应用 Householder 变换把系数矩阵正三角化,从而可以直接求解拟合系数)<sup>[4]</sup>。

## 4 计算机模拟实验

为了验证环形子孔径拼接数学模型和算法的可行性,进行了计算机仿真实验(因在实际检测过程中存在随机噪声,故在采样过程中给相位分布叠加了一个正态分布随机函数)。

(1) 先用计算机模拟产生一全孔径数字相位分布  $w$ , 如下图 3 所示。

(2) 取相位分布中心区域(圆域)为基准子孔径,其相位分布为图 4。

(3) 从基准子孔径向外依次取两个环形子孔径,使它们有一定的重叠区域,并给每个环形子孔径引入一定的调整误差(平移、倾斜和离焦),见图 5 和图 6。

(4) 在重叠区域采集  $n$  个数据点,进行最小二乘拟合求得各个子孔径的调整系数,将所有子孔径的数据减去各自的调整误差,然后再从校正统

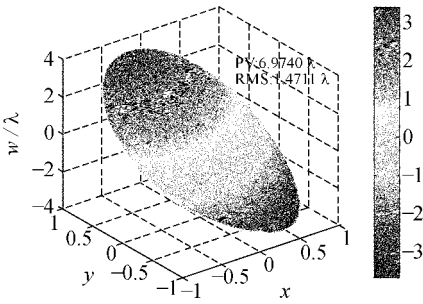


图 3 计算机仿真全孔径相位分布三维图

Fig. 3 3-D phase map of full aperture in simulation

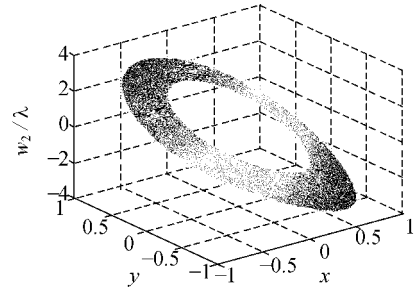


图 6 环形孔径 2 相位分布三维图

Fig. 6 3-D phase map of subaperture 2

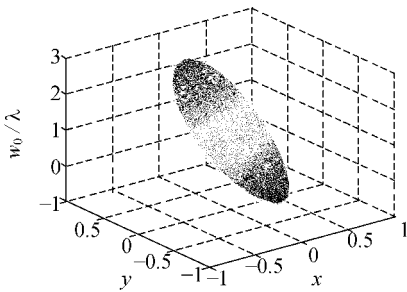


图 4 基准子孔径相位分布三维图

Fig. 4 3-D phase map of fiducial subaperture

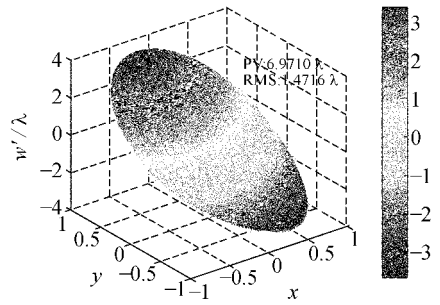


图 7 拼接后的全孔径相位分布三维图

Fig. 7 3-D phase map of full aperture after stitching

由上可得,拼接前后偏差很小,说明该数学模型是可行的。

## 5 结论

环形子孔径拼接技术,拓宽了干涉仪的测量范围,并且不需辅助元件就能够实现对较大口径非球面的检测。此外,利用子孔径测试技术可以测量非球面上任意一处的面形精度,从而为超精加工和检测提供了有效手段。本文采用了综合优化的拼接方式,能够使累积误差均衡开来,有效地扼制了误差传递和累积,且无需进行环域 Zernike 多项式拟合<sup>[2-3]</sup>,避免了复杂的计算。该方法物理概念明确,数据处理和数学运算简单,在检测过程中能够实现实时数据处理。从计算机仿真结果可以看出该拼接数学模型是准确可靠的。但是环形子孔径拼接主要扩展了干涉仪的纵向动态范围,且这种方法能够测量的面形种类比较单一,一般只能检测旋转对称的非球面。利用圆形子孔径拼接干涉技术可以弥补以上不足,但是其检测装置的调整和校准也变得更为复杂和困难<sup>[5-6]</sup>。总之,

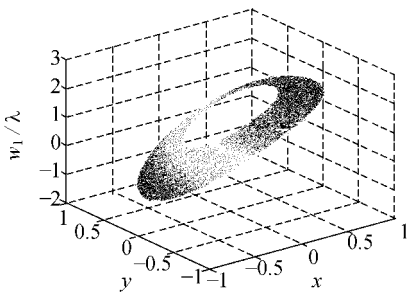


图 5 环形孔径 1 相位分布三维图

Fig. 5 3-D phase map of subaperture 1

一的位相分布中采集数据,进行全孔径相位拟合,得到拼接后的全孔径相位分布  $w'$  如图 7 所示。

(5) 重构的全孔径相位与输入的全孔径相位残差  $\Delta W$  的 PV 值和 RMS 值分别为:

$$PV = \Delta W_{\max} - \Delta W_{\min} = 0.007\ 879\ 0\ \lambda, \quad (13)$$

$$RMS = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta W_i - \overline{\Delta W_i})^2 \right]^{1/2} = 0.002\ 744\ 2\ \lambda, \quad (14)$$

环形子孔径拼接提供了除补偿检验以外又一种定量检测非球面,尤其是大口径非球面的手段,但是其综合精度在很大程度上取决于子孔径的定位精

度、子孔径数据的采集精度以及波面的拟合精度,这就要求进一步设计和制造出高精度的调整工作台,不断地优化和改进拼接算法。

#### 参考文献:

- [1] 张学军,张云峰,余景池,等. FSGJ-1 非球面自动加工及在线检测系统[J]. 光学精密工程,1997,5(2):70-76.  
ZHANG X J,ZHANG Y F,YU J CH,*et al.* FSGJ 1 aspheres automatic fabrication and on-line testing system[J]. *Optics and Precision Engineering*,1997,5(2):70-76. (in Chinese)
- [2] HOU X,WU F. Annular subaperture interferometric testing technique for large aspheric surfaces[J]. *SPIE*,2005,5638:992-997.
- [3] MAURO M,LUCA P,ALESSANDRO M. Testing aspheric surfaces using multiple annular interferograms[J]. *Opt. Eng.*,1993,32(5):1073-1079.
- [4] 鄢静舟,雷凡. 用 Zernike 多项式进行波面拟合的几种算法[J]. 光学精密工程,1999,7(5):119-128.  
YAN J ZH,LEI F. Algorithms for wavefront fitting using Zernike polynomial[J]. *Optics and Precision Engineering*,1999,7(5):119-128. (in Chinese)
- [5] JON F,PAUL D,PAUL E M,*et al.* An automated subaperture stitching interferometer workstation for spherical and aspherical surfaces[J]. *SPIE*,2003,5188:296-307.
- [6] PAUL E M, JON F, GREG F,*et al.* High precision metrology of domes and aspheric optics[J]. *SPIE*,2005,5786:113-121.

作者简介:王孝坤(1980—),男,江苏丹阳人,中国科学院长春光学精密机械与物理研究所博士研究生,主要从事光学超精加工和检测技术研究。Email:jimwxk@sohu.com